

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA och GÖTEBORGS UNIVERSITET

FUF045/FYP302 - Speciell Relativitetsteori. 2023-04-03

Examinator: Gabriele Ferretti rum: Origo 6111
tel. 0721582259 email: ferretti@chalmers.se

OBS: Nästa granskningstillfälle: Fredag 2023-04-28, kl 17:00 i Origo 6115

Hjälpmedel:

- Chalmersgodkänd miniräknare.
- Physics Handbook

Betygsgränser:

Del 1 innehåller 4 enklare uppgifter, varav man kan få 10 poäng/uppgift.

Del 2 innehåller 2 mer konceptuella uppgifter (20 poäng/uppgift).

För att nå godkänt (nivå 3 eller G) räcker det med 25 poäng i Del 1. (Bonuspoäng kan inte användas för det.)

CTH: För att få överbetyg 4 måste man ha minst 30 poäng i Del 1, samt minst 25 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.

CTH: För att få överbetyg 5 måste man ha minst 35 poäng i Del 1, samt minst 35 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.

GU: För att få överbetyg VG måste man ha minst 30 poäng i Del 1, samt minst 30 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.

Del 1

1

I ett givet inertialsystem S åker två partiklar samtidigt från en given punkt med samma fart v och med vinkeln 45 grader mellan varandra. Vad är partiklarnas hastighet relativt varandra?

2

Vatten åker genom ett rör med hastigheten 10 m/s. En ljusstråle åker genom vattnet, med samma riktning som vattnet. Vattnets brytningsindex är $n = 1.333$. Vad är ljusets hastighet i förhållande till labbets inertialsystem?

3

Vilka av dessa 4-vektorer pekar i framtidsljuskonen, dåtidsljuskonen, eller i presens?
(Metriken är som vanligt, $\eta_{00} = 1$, $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$).

1. $V_1 = (2, 2, -1, 0)$
2. $V_2 = (2, 1, -1, 0)$
3. $V_3 = (1, 1, 1, 0)$
4. $V_1 + V_3$
5. $V_1 + V_2$

4

Betrakta reaktionen $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0$, där en pion π^- träffar en proton p i vila och producerar en kaon K^0 och en Σ^0 baryon. Vad är den minsta totala och kinetiska energin som pionen måste ha i protonens vilosystem för att denna reaktion ska vara möjlig?

Massorna är i enheter av MeV, $m_{\pi^-} = 140$, $m_p = 938$, $m_{K^0} = 498$, $m_{\Sigma^0} = 1193$.

Del 2

A

Uttryck den elektromagnetiska fälttensorn $F_{\mu\nu}$ i termer av gauge potentialen A_μ . Visa att en av Maxwells ekvationer följer automatiskt av definitionen. Visa att den andra Maxwells ekvation innebär kontinuitetsekvationen för strömmen.

B

Börja med Einsteins två postulaten och härled Lorentztransformationen för två system i standardkonfigurationen. Uttryck alla förutsättningar, betona de som skiljer sig från Newtons mekanik och visa hur transformationerna ser ut i Newtons fallet. Ge ett exempel på användning av transformationerna.

PROBLEM 1

We can either boost to the rest frame of one of the particles as in problem 4.4, but with

$$v_x = v_y = \frac{1}{\sqrt{2}} v \quad (\theta = 45^\circ).$$

OR (easier): note that $P_1^\mu P_{2\mu}$ is

Lorentz invariant \Rightarrow

$$m_1 m_2 \gamma(v_{rel}) = m_1 m_2 \left(\gamma(v)^2 - \frac{v^2}{\sqrt{2}} \gamma(v)^2 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-v_{rel}^2}} = \gamma^2(v) \left(1 - \frac{v^2}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1 - \frac{v^2}{\sqrt{2}}}{1 - v^2}$$

$$\Rightarrow v_{rel} = \frac{v}{1 - \frac{v^2}{\sqrt{2}}} \sqrt{(2 - \sqrt{2}) - \frac{1}{2} v^2}$$

PROBLEM 2

Fizeau's formula:

$$u = u' + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v$$

$$u' = \frac{c}{n} = 2.249 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v = 4.372 \text{ m/s}$$

It's best to present the result as:

$$\frac{u - u'}{u'} = \frac{4.372 \text{ m/s}}{2.249 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1.944 \times 10^{-8}$$

PROBLEM 3

$$V_1^2 = 2^2 - 2^2 - (-1)^2 - 0^2 = -1 \text{ SPACELIKE}$$

$$V_2^2 = 2^2 - 1^2 - (-1)^2 - 0^2 = 2 \text{ TIMELIKE}$$

$$V_3^2 = 1^2 - 1^2 - 1^2 - 0^2 = -1 \text{ SPACELIKE}$$

$$V_1 + V_3 = (3, 3, 0, 0)$$

$$\Rightarrow (V_1 + V_3)^2 = 3^2 - 3^2 - 0^2 - 0^2 = 0 \text{ LIGHTLIKE}$$

$$V_1 + V_2 = (4, 3, -2, 0)$$

$$\Rightarrow (V_1 + V_2)^2 = 4^2 - 3^2 - (-2)^2 - 0^2 = 3 \text{ TIMELIKE}$$

PROBLEM 4

$$P_{\pi^-}^4 + P_p^4 = P_{K^0}^4 + P_{\Sigma^0}^4$$

$$\Rightarrow (E_{\pi^-} + m_p)^2 - P^2 = (m_{K^0} + m_{\Sigma^0})^2$$

NB $E_{\pi^-} = \sqrt{P^2 + m_{\pi^-}^2}$

$$\Rightarrow E_{\pi^-} = \frac{(m_{K^0} + m_{\Sigma^0})^2 - m_p^2 - m_{\pi^-}^2}{2 m_p}$$

$$= 1045 \text{ MeV}$$